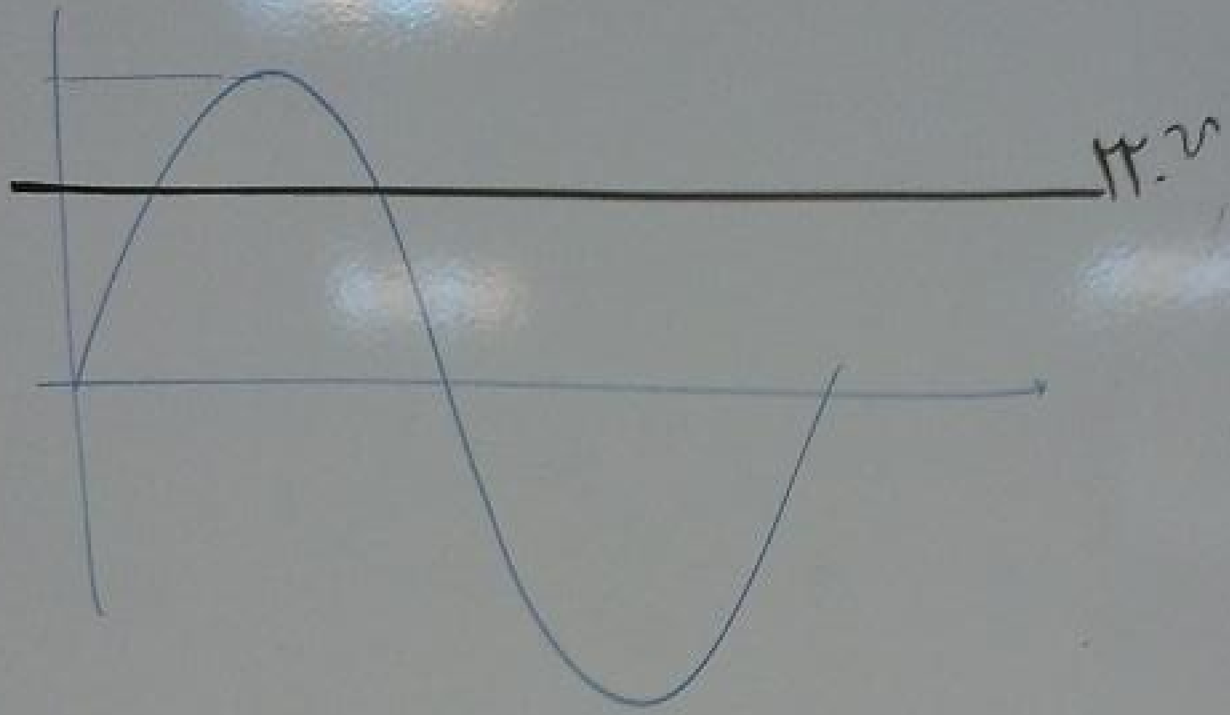
ماشین DC و AC : ۹۰/۸/۳



پروژه: در سایت نوشته‌ام.

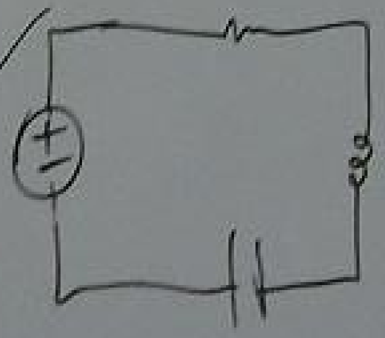
پروژه ها ۲ نمره.

جزوات در سایت هست.

MATLAB ✓

MATHEMATICA ✓

pspice: orcad ×



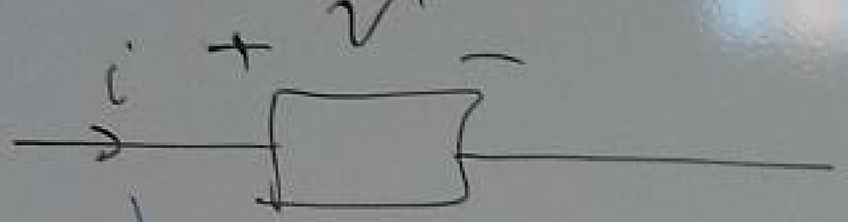
۳-۵) توان:

در سیستم dc

توان
توان لحظه‌ای
توان متوسط

(W) یا (VA)

$$P = v \times i$$



جریان از مثبت وارد شود

$P > 0$ مقاومت: مصرف کننده

$P < 0$ منبع ولتاژ: تولید کننده

مفهوم توان:

وقتی می‌گوییم مقاومت ۱۰۰ وات مصرف دارد یعنی در ثانیه ۱۰۰ ژول انرژی مصرف می‌کند. یعنی اگر ۱۰ ساعت روشن باشد:

$$W = Pt \Rightarrow W = 100^{W} \times 10^{h} = 1000^{Wh} = 1^{kWh}$$

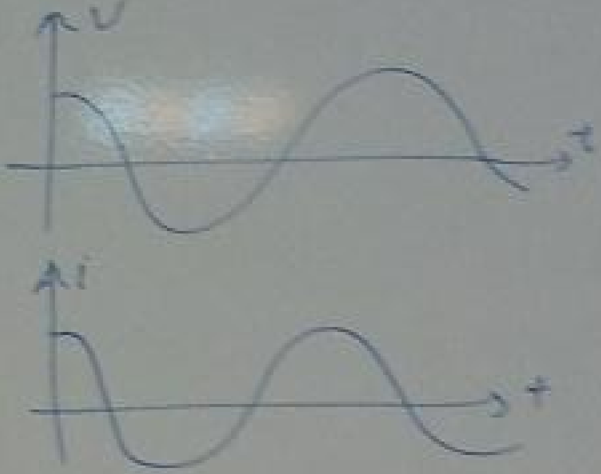
تقریباً از ۲ تومان تا ۲۰ تومان

در سیستم Ac:

در سیستم Ac، ولتاژها و جریانها همه کسینوسی هستند:

$$v = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$i = i_m \cos \omega t$$



توان لحظه‌ای را حساب می‌کنیم باید ولتاژ را در جریان ضرب کنیم.

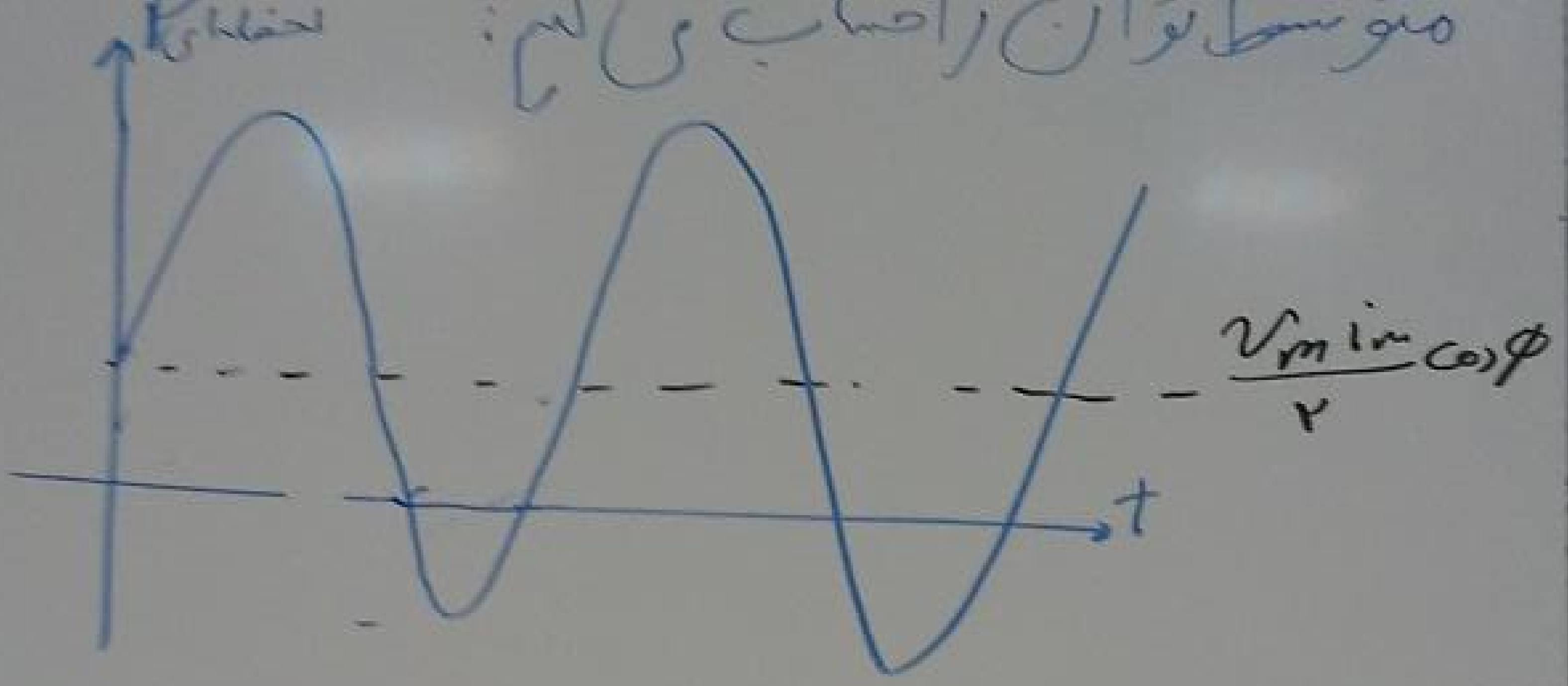
$$P_{\text{لحظه‌ای}} = vi = V_m i_m \cos(\omega t + \phi) \cos \omega t \rightarrow$$

$$P_{\text{لحظه‌ای}} = \frac{V_m i_m}{2} \left[\cos(\phi) + \cos(2\omega t + \phi) \right]$$

v و i هر دو با زمان نوسان می‌کنند.

$P_{\text{لحظه‌ای}}$ هم در حال نوسان است.

متوسط توان را حساب می‌کنیم:



چون $\cos(2\omega t+\phi)$ یک موج سینوسی است متوسط آن صفر شده پس

$$P_{ave} = \frac{V_m i_m}{2}\cos\phi$$

به این توان، توان اکتیو می‌گویند و با واحد (W) و علامت P نمایش می‌دهند.

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos\phi = V_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

$\frac{V_m}{\sqrt{2}}$ ، $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$

اختلاف فاز ولتاژ و جریان $\phi_v - \phi_i$

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

ولتاژ ، جریان

واحد (W)

توان اکتیو

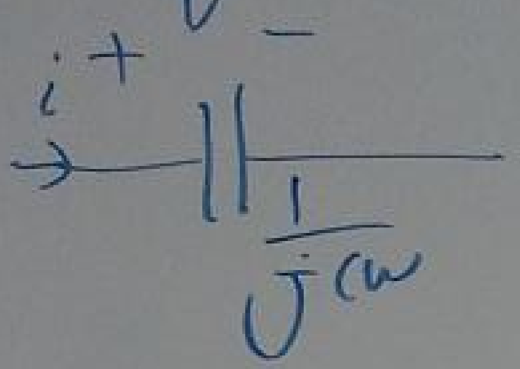
توانی است که در مقاومت‌ها تلف می‌شود و یا تبدیل به نور یا کاری شود.

مثلاً لامپ 100W در سیستم Ac یعنی آنکه توانی متغیر مثلاً از 150W تا 50W می‌گشته ولی متوسط آن 100W از نیروگاه گرفته و تبدیل گرما و نور می‌کند.

مصرف به توان اکتیو بر می‌گردد. در شبکه‌ها توان اکتیو مربوط به مقاومت است.

سلف و خازن دارای توان اکتیو صفر هستند.

چون:



$$V = \frac{i}{jC\omega} = -\frac{j}{C\omega} i$$

بین v و i ۹۰° اختلاف فاز است پس

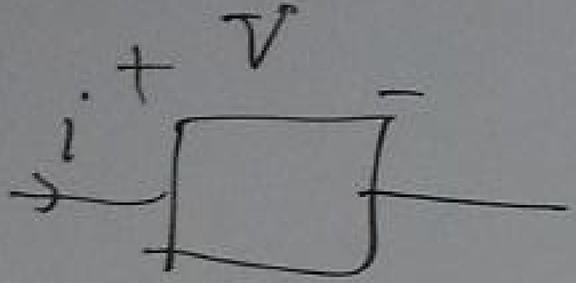
cos ۹۰° = ۰ پس P = ۰ و همینطور

سلف.

دیده شده است دانشجویان در محاسبه P، به جای V_{rms} مقدار فازوری یا کسینوس می‌گذارند. V_{rms} یک عدد است.

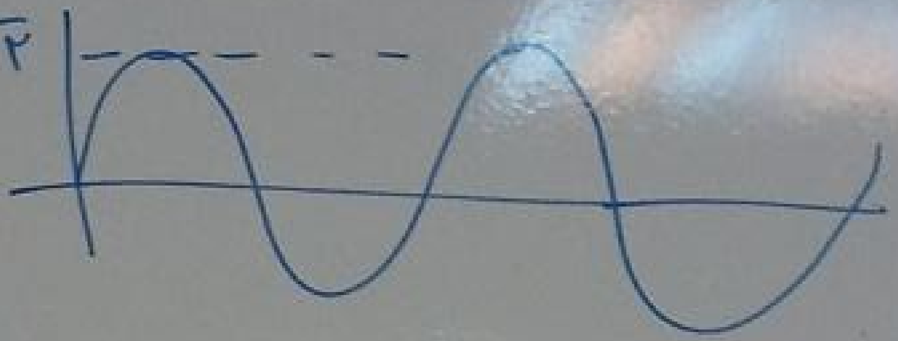
دقت: $2\angle 30° = 2$ یعنی $V_{rms} = 2$.

مثال: اگر در مداری



$v = ۵ \angle ۲۰^\circ \rightarrow ۵\sqrt{۲}$

$i = ۳ \angle ۱۰^\circ$



توان

$$P = V_{rms}\, i_{rms} \cos\phi = ۵ \times ۳ \cos(۲۰ - ۱۰)$$

$$P = ۱۵ \cos ۱۰$$

اینکه توان اکتیو داریم یعنی در مدار حتماً مقاومت داریم: چک کنید

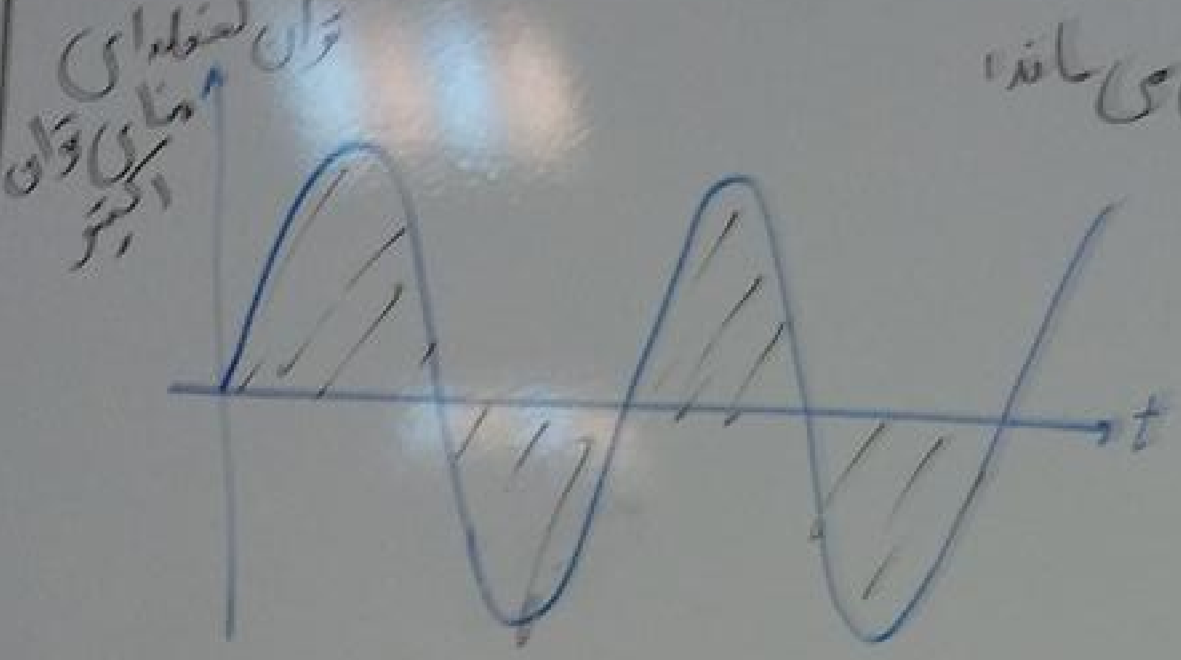
$$Z = \frac{v}{i} = \frac{۵\angle ۲۰}{۳\angle ۱۰} = \frac{۵}{۳}\angle ۱۰ \Rightarrow$$

$$Z = \frac{۵}{۳}\cos ۱۰ + j\,\frac{۵}{۳}\sin ۱۰$$

(مقاومت) (سلف)

میشه متوسط توان لحظه‌ای را جدا کنیم:

منحنی زیر باقی می‌ماند:



متوسط صفر است. پس در واقع توانی است که داده می‌شود و گرفته می‌شود.

چون این توان رفت و برگشت به واسطه جریانش ایجاد می‌شود پس تعریفی برای آن لازم می‌شود.

به این توان رفت و برگشتی Q می گوئیم

توان راکتیو:

در مقاومت نداریم.

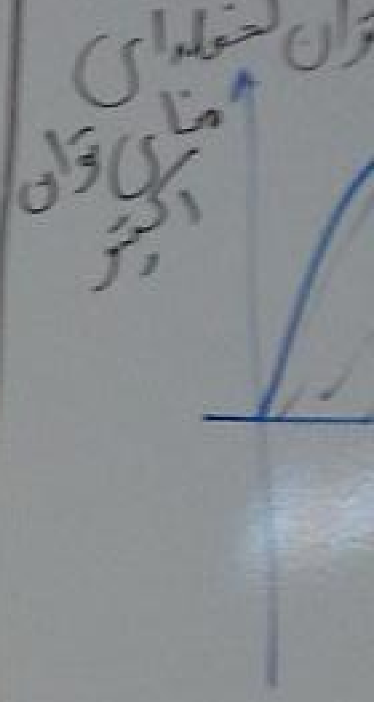
در سلف و خازن داریم.

کاری انجام نمی دهد.

رابطه زیر:

$$Q = V_{rms}\, i_{rms} \sin\phi \quad (VAR)$$

چون با (W) که توان اکتیو است اشتباه نشود. دقت شود (VAR) از جنس (W) است.

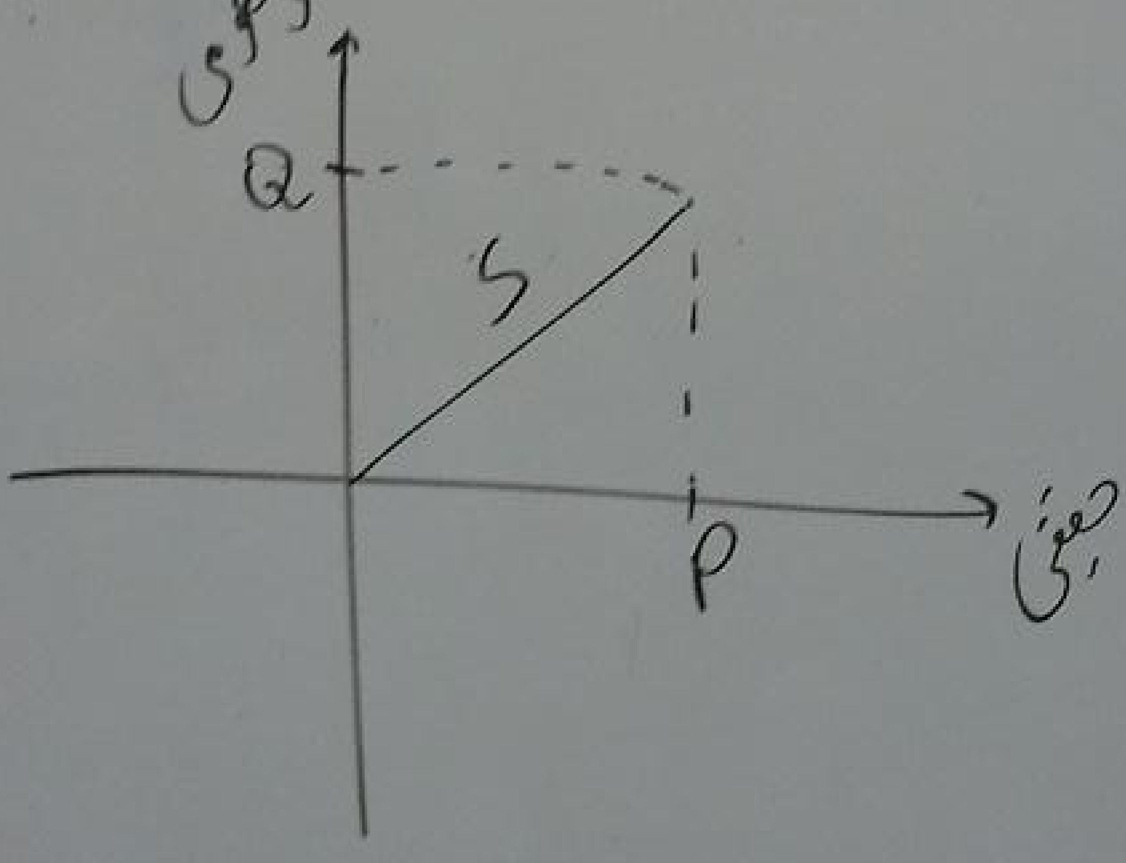


توان ظاهری:

$$|S| = V_{rms} I_{rms} \quad (VA)$$

$$P^2 + Q^2 = |S|^2 \quad \text{و} \quad |S| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

حال می توان $|S|$ و P و Q را روی دستگاه دکارتی نشان داد:



S منفی ندارد

توان مختلط :

$$S = P + jQ$$

$$S = V_{rms} i_{rms} \cos\phi + j V_{rms} i_{rms} \sin\phi$$

$$S = V_{rms} i_{rms} (\cos\phi + j\sin\phi)$$

$$S = V_{rms} i_{rms} \angle \phi = V_{rms} i_{rms} \angle \phi_v - \phi_i =$$

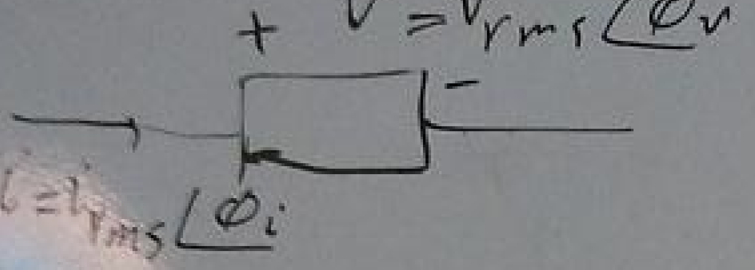
$$V_{rms} \angle \phi_v \times i_{rms} \angle -\phi_i \rightarrow S = V i^*$$

V ← فازوری

i^* ← فازوری

$$\begin{cases} P = Re(S) \\ Q = Im(S) \end{cases}$$

خلاصه:



$$\phi = \phi_v - \phi_i$$

$$P = V_{rms}\, i_{rms} \cos\phi = Re(V i^*)$$ اکتیو (W)

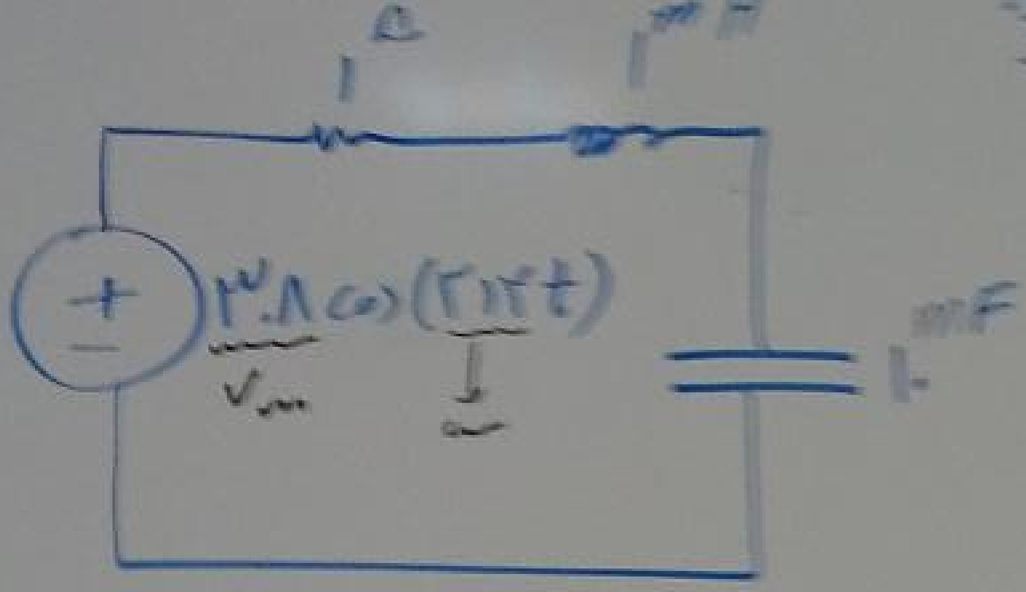
$$Q = V_{rms}\, i_{rms} \sin\phi = Im(V i^*)$$ (VAR) راکتیو

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = V_{rms}\, i_{rms}$$ ظاهری (VA)

$$S = P + jQ = V i^*$$ مختلط

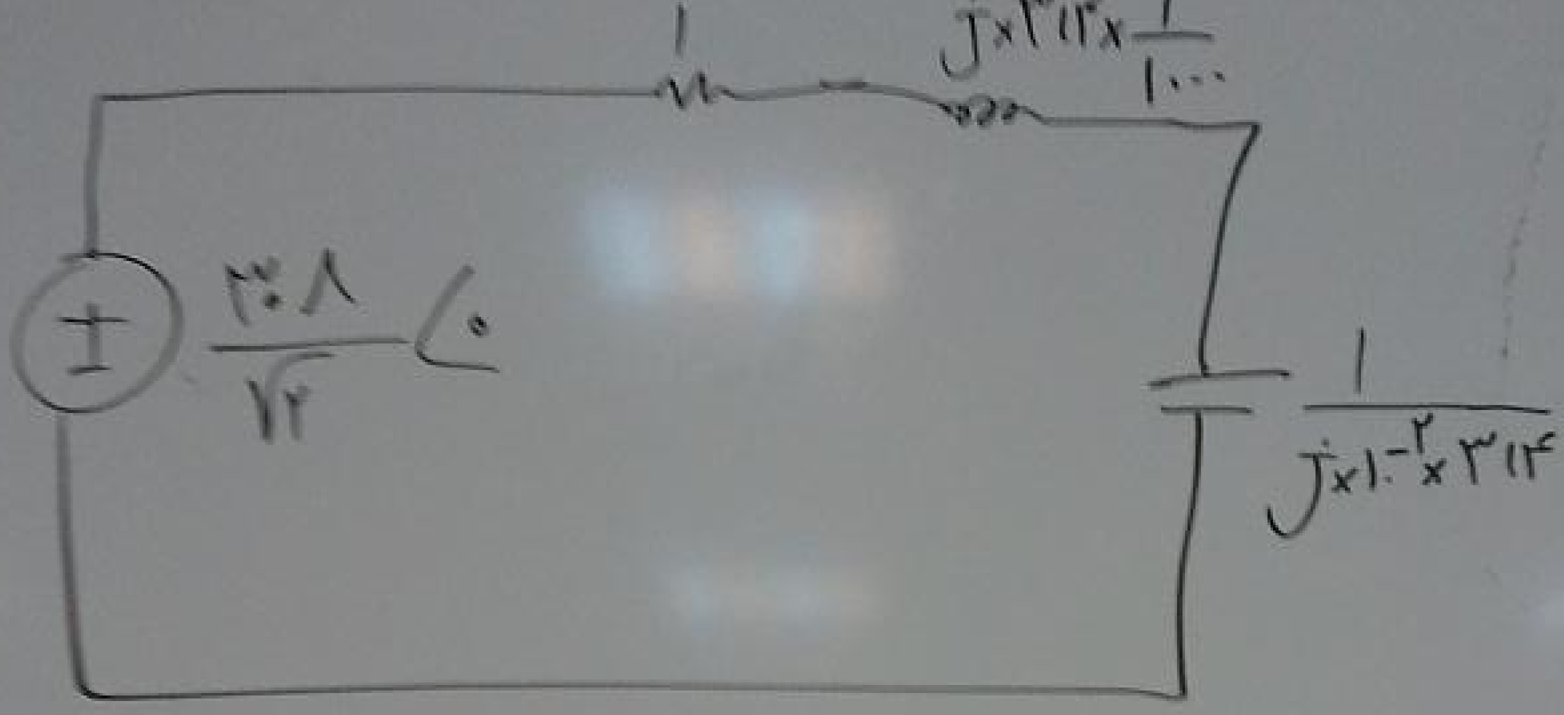
اکتیو: مقاومت
راکتیو: سلف و خازن

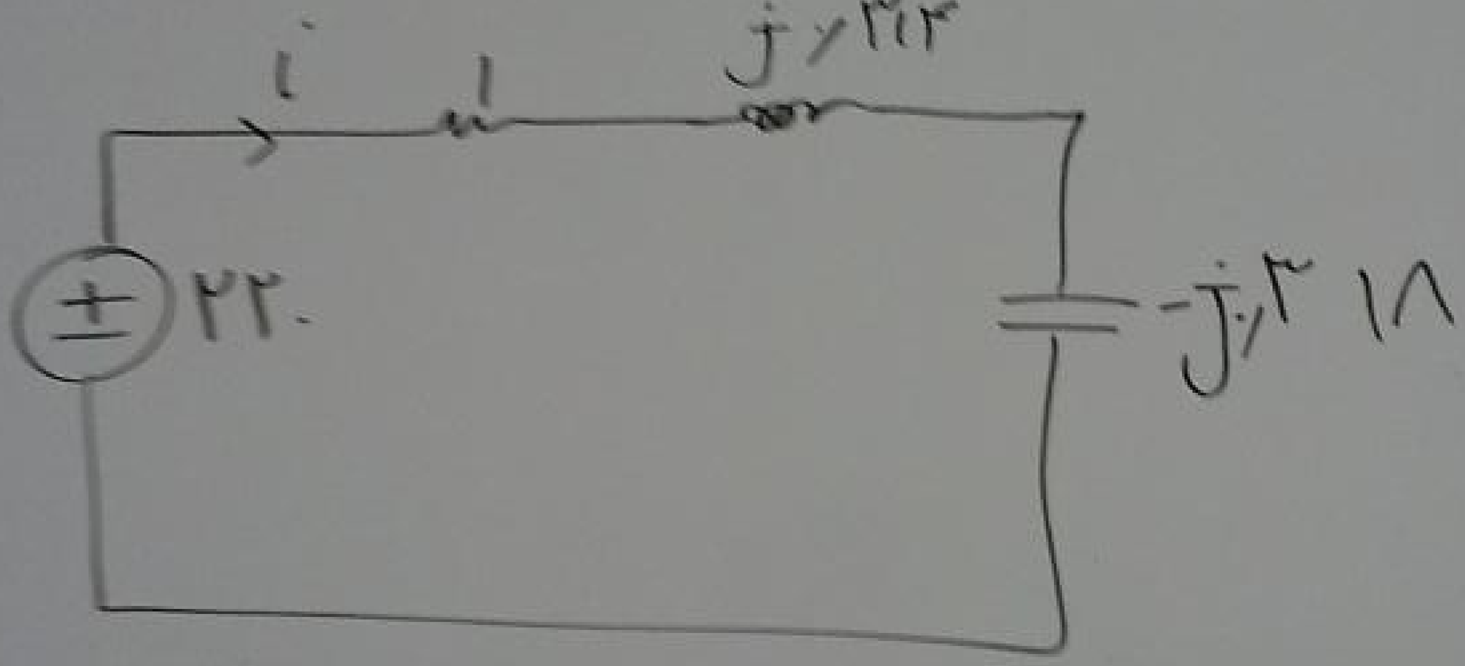
مثال: در شبکه زیر مقدار توان اکتیو و راکتیو و ظاهری و مختلط منبع و مقاومت و سلف را حساب کنید.



ابتدا مدار را فازوری می‌کنیم.

(پروژه I: محاسبات این مسأله را در نرم افزار mathematica انجام دهید.)





$$i = \frac{220}{1 + j\,0.314 - j\,0.318} = \frac{220}{1 - 0.004\,j}$$

$$\sqrt{1^2 + 0.004^2}\ \angle \tan^{-1}(-0.004)$$

$i = ۲۱۹,۹۹۸۲۴ \angle ۰,۲۳$

منبع توان:

موثر صورت — موثر

$P_{\text{منبع}} = V_{rms}\, i_{rms} \cos\phi = ۲۲۰ \times ۲۱۹,۹۹۸۲۴ \times \cos(۰ - (۰,۲۳ + ۱۸۰^{\circ}))$

چون جهت i معکوس است.

$$P_{\text{منبع}} = - ۴۸\,۳۹۹,۲۲ \ (W)$$

در مقاومت — تولید کننده

$$Q_{\text{منبع}} = V_{rms}\, i_{rms} \sin\phi = ۱۹۴,۲۸ \ (VAR)$$

در سلف و خازن

چون سلف و خازن همدیگر را خنثی کردند منبع توان راکتیو خیلی کمی دارد.

$$|S|_{\text{منبع}} = V_{rms}\, i_{rms} = ۲۲۰ \times ۲۱۹{,}۹۹۸۲۴ \Rightarrow$$

$$|S|_{\text{منبع}} = ۴۸\,۳۹۹{,}۶۲۸$$

(فازور) (فازور)

(احتمالاً درست شود)

$$S = V\, i^{*} = ۲۲۰ \times (۲۱۹{,}۹۹۸۲۴ \angle ۱۸۰ + ۰{,}۲۳)^{*}$$

$$S = -۴۸\,۳۹۹{,}۲۲ + j\,۱۹۴{,}۲۸$$

برای مقاومت:

$$V_R = 1 \times i_R = ۲۱۹,۹۹۸۲۴ \angle ۰,۲۳$$

$$P_R = V_{rms}\, i_{rms} \cos\phi = (۲۱۹,۹۹۸۲۴)(۲۱۹,۹۹۸۲۴) \times \cos(۰,۲۳ - ۰,۲۳) \Rightarrow$$

$$P_R = ۴۸۳۹۹,۲۲ \ (w)$$

همان توان اکتیو منبع

$$Q_R = V_{rms}\, i_{rms} \sin(\phi) = ۰$$

برای خازن و سلف:

$$V_l = \overset{۱\angle ۹۰}{j} \times \frac{۳۱۴}{۱۰۰۰} \times i = ۶۹,۰۷۹۴۴ \angle ۹۰,۲۳$$

$$P_l = V_{rms}\, i_{rms} \cos\phi = ۶۹,۰۷۹۴۴ \times ۲۱۹,۹۹۸۲۴ \cos(۹۰,۲۳ - ۰,۲۳)$$

$$P_l = ۰$$

$Q_l = V_{rms} \, i_{rms} \sin\phi =$

$$۶۶٫۷۹۴۴ \times ۲۱۹٫۹۹۸۲۴ \sin(۹۰٫۲۳ - ۰٫۲۳)$$

$Q_l = ۱۵۱۹۷٫۳۵ \ (VAR)$

خازن محض : $P_C = ۰$

$Q_C = -۱۵۳۹۱٫۶$

$Q_C - Q_l = -۱۹۴٫۲۸$

توان راکتیو منبع

V_R

$P_R =$

P_R

$Q_R =$

$V_l =$

$P_l =$

$P_l =$

نکته :

R مقاومت

$$P_R = \frac{V_{rms}^2}{R} = R\, i_{rms}^2$$

$$Q_R = 0$$

L سلف

$X_L = L\omega$

$$\begin{cases} P_L = 0 \\ Q_L = \dfrac{V_{rms}^2}{X_L} = X_L\, i_{rms}^2 \end{cases}$$

C خازن

$X_C = \frac{1}{C\omega}$

$$\begin{cases} P_C = 0 \\ Q = -\dfrac{V_{rms}^2}{X_C} = X_C\, i_{rms}^2 \end{cases}$$